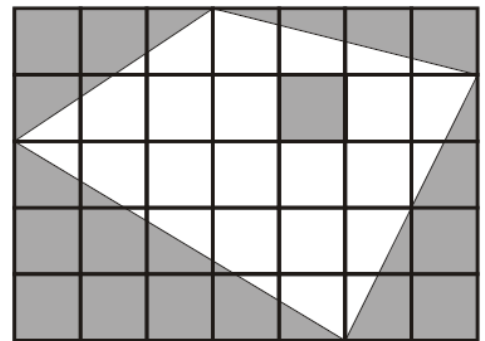


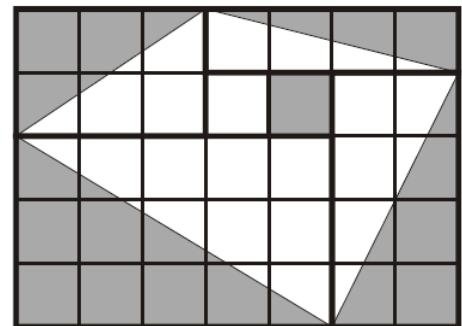
Penktoji Nacionalinės moksleivių akademijos 5–8 klasių mokinių matematikos olimpiada

5 klasė

1. Markizo Karabaso valdos yra stačiakampio formos (žiūrėkite brėžinį). Dalį valdos užima miškai (jie pažymėti tamsia spalva), likusią – pievos. Ko markizas turi daugiau – pievų ar miškų? Atsakymą pagrįskite.



Sprendimas. Tamsius trikampius papildykime iki stačiakampių lygiais baltais trikampiais (žiūrėkite brėžinį). Akivaizdu, kad baltų sklypų plotų suma lygi tamsių sklypų plotų sumai. Vadinasi, pievų ir miškų plotai yra lygūs.



Atsakymas: po lygiai.

2. Bėgimo varžybose dalyvavo 10 sportininkų. Kitą dieną kiekvieno iš jų paklausė, kokią vietą jis užėmė. Kiekvienas iš jų pasakė vieną skaičių nuo 1 iki 10. Be to, vienas pamelavo, o kiti pasakė tiesą. Jų atsakymų suma lygi 47. Kokią vietą iš tikrųjų užėmė pamelavęs sportininkas ir ką jis pasakė? Pateikite visus variantus ir įrodykite, kad kitų nėra.

Sprendimas. Jei niekas nebūtų melavęs, tai visų atsakymų suma būtų lygi $1+2+3+\dots+9+10=55$. Tačiau gavome 8 vienetais mažesnę skaičių. Vadinasi, kažkuris sportininkas pasakė 8 vienetais aukštesnę užimtą vietą. Tai galėjo padaryti tik sportininkai, užėmę arba 10, arba 9 vietas. Vadinasi, arba sportininkas, kuris užėmė 10

vieta, pasakė, kad užėmė antrą vietą, arba sportininkas, kuris užėmė 9 vietą, pasakė, kad užėmė 1 vietą.

Atsakymas: arba sportininkas, kuris užėmė 10 vietą, pasakė, kad užėmė antrą vietą, arba sportininkas, kuris užėmė 9 vietą, pasakė, kad užėmė 1 vietą.

3. Lentoje užrašyti 79 vienetai. Ar galima tarp kai kurių iš jų padėti sudėties ir atimties ženklus taip, kad gauto reiškinio reikšmė būtų lygi 2017? (Jei tarp vienetų ženklas neįrašytas, tuomet tai yra skaičiai 11, 111, 1111, 11111 ir panašiai).

Sprendimas. Ženklus galima sudėti taip:

$$1111-111+1111-111+11+11-1-1-1-1-1+1-1+1-1+\dots+1-1.$$

Pastebėkime, kad

$1111 - 111 + 1111 - 111 + 11 + 11 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 2017$, o tolesnės poros plius 1 ir minus 1 sumos nekeičia. (Yra ir kitų variantų).

Atsakymas: $1111-111+1111-111+11+11-1-1-1-1-1+1-1+1-1+\dots+1-1$.

4. Karlsonas turėjo du pilnus uogienės indus. Vienas indas tris kartus didesnis už kitą. Kai mažesniajame inde liko 2 litrai uogienės, o didesniajame 13 litrų, Karlsonas iš didžiojo indo pripylė uogienės į mažąjį, kol jis prisipildė pilnas. Tuomet didžiajame inde liko pusė to kiekio, kuris buvo pradžioje. Kiek litrų telpa į kiekvieną iš šių indų?

Sprendimas. Tegul didžiajame inde yra šešios dalys uogienės, tuomet mažesniajame – dvi dalys. Pusė didžiojo indo yra trys dalys. 13 litrų didžiajame inde ir 2 litrai mažajame kartu sudaro pusę didžiojo indo tūrio ir visą mažojo indo tūrį, t.y. 5 dalis. Taigi, 5 dalys uogienės yra 15 litrų, o viena dalis – 3 litrai. Tuomet didysis indas yra 18, o mažasis 6 litrų talpos.

Atsakymas: 18 litrų ir 6 litrai.

5. Lentoje parašyti trys skaičiai. Jeigu sudėsime juos visais galimais būdais po du, tai gausime rinkinį 3, 2017 ir 2018. Kokie skaičiai parašyti lentoje?

Sprendimas. Tam, kad gautume skaičių 3, turime sudėti 1 ir 2. Tuomet tam, kad gautųsi 2017 ir 2018, trečiasis dėmuo turi būti lygus 2016.

Atsakymas: 1; 2; 2016.